Расчетная оценка критического опорного момента и анализ опасных наклонных сечений железобетонного ригеля с подрезкой

Кузнецов Григорий Андреевич
аспирант, Инженерно-строительный институт, Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, ptoskmonolit@yandex.ru

Исследовано влияние благоприятно направленного опорного изгибающего момента на расчетное предельное усилие приопорного участка железобетонного ригеля с подрезкой. Цель работы — определить критический опорный момент и положение наиболее опасного наклонного сечения Т-1. Расчет выполнен по условиям прочности наклонного сечения на действие поперечной силы и момента и бетонной полосы по СП 63.13330.2018 с учетом степени реализации сопротивления эквивалентной группы сосредоточенной поперечной арматуры. Проекция сечения изменялась от 270 до 300 мм. При полной реализации сопротивления для 4Ø12, 6Ø12 и 8Ø12 получены критические моменты 33,07; 16,68 и 1,32 кН·м. При нулевом моменте минимум во всех вариантах соответствует 270 мм; при достижении критического момента для 4Ø12 определяющей является проекция 300 мм, а для 6Ø12 и 8Ø12 расчет ограничивается прочностью бетонной полосы без выделения единственной опасной проекции. Результаты относятся к принятой модели и требуют экспериментальной проверки.

Ключевые слова: железобетонный ригель, подрезка, наклонное сечение, опорный момент, поперечная сила, сосредоточенная поперечная арматура, параметрический расчет.

Введение

При компоновке каркаса здания в отдельных случаях ригель соединяют с колонной с частичным защемлением. Вследствие этого приопорный участок воспринимает совместное действие поперечной силы и опорного изгибающего момента. Для ригеля с подрезкой такое сочетание усилий имеет особое значение, поскольку в месте резкого изменения высоты сечения формируются зоны концентрации сжимающих, растягивающих и касательных напряжений. Повышенные напряжения отмечены у внутреннего угла подрезки, на краевых участках опорной площадки и в зоне сопряжения сосредоточенной поперечной арматуры с продольными стержнями [2, с. 128–132; 3, с. 95–99]. Сходные признаки работы коротких приопорных участков — концентрация главных сжимающих напряжений в наклонной полосе и зависимость сопротивления от схемы армирования — отмечены в отечественных исследованиях коротких балок [9; 10]. Для подрезанных концов локальный характер напряженного состояния у входящего угла и влияние деталировки арматуры подтверждены независимыми зарубежными испытаниями [13; 15].

Результаты испытаний ригелей с подрезкой показали, что опорный момент влияет на сопротивление приопорного участка и характер его разрушения. В зависимости от положения нагрузки и соотношения действующих усилий разрушение происходило по наклонной трещине Т-1, проходящей через внутренний угол подрезки, по наклонной трещине Т-2, исходящей из нижнего угла подрезки, либо по сжатой бетонной полосе консольной опоры [2, с. 129–132; 5]. Экспериментально наблюдавшееся разрушение сжатой полосы консольной опоры далее не отождествляется с нормативной проверкой бетонной полосы между наклонными сечениями. Исследования напряженного состояния показали, что распределение напряжений изменяется с увеличением пролета среза и связано с расположением сосредоточенных хомутов за подрезкой [3, с. 96–99; 4, с. 12–18]. Для коротких железобетонных балок отечественными авторами экспериментально рассмотрены разрушение по наклонной сжатой полосе и влияние вертикальных и горизонтальных хомутов [10]. Специальные испытания подрезанных концов подтверждают возможность разрушения по трещине из входящего угла и влияние диагональной арматуры [13; 15].

СП 63.13330.2018 предусматривает проверки бетонной полосы, наклонного сечения на действие поперечной силы и изгибающего момента при различных длинах его горизонтальной проекции [1, пп. 8.1.32–8.1.35]. Итоговое усилие принимают по наименьшему из полученных значений. Теоретические положения о сопротивлении поперечной силе и наклонных сечениях рассмотрены в работах [6–8; 11; 12], однако их авторские зависимости в численную модель статьи не вводятся.

При благоприятном направлении опорного момента сопротивление по моментному условию возрастает до независимого ограничения по поперечной силе или бетонной полосе. Критическим назван минимальный опорный момент, после которого дальнейшее увеличение момента не повышает расчетное предельное усилие; одновременно определяется наиболее опасная проекция Т-1.

Положение опасного сечения заранее не фиксируется: оно определяется минимизацией по непрерывному семейству допустимых проекций Т-1. Такой поиск исключает зависимость результата от произвольно принятого шага перебора и позволяет установить смену определяющего ограничения.

Цель работы — определить критический опорный момент и положение опасного сечения Т-1 для трех площадей эквивалентной группы сосредоточенной поперечной арматуры.

Научная новизна работы состоит в формулировке критического опорного момента как границы смены определяющего расчетного условия, устанавливаемой по огибающей непрерывного семейства наклонных сечений Т-1, а также в оценке чувствительности этой границы к степени реализации сопротивления сосредоточенной поперечной арматуры.

Расчетная схема и исходные данные

Геометрия ригеля, продольная арматура $A_{sc} = 2\,Ø\,18$, шаг распределенных хомутов и вариант 4Ø12 приняты по аналогии с образцами [2, с. 129]. В модели продольная арматура обозначена A_s. Верхняя арматура A_{sa} отдельно не включается в M_R: ее действие задано внешним моментом M_{on}. Материалы, параметры a_s, a, x_h и варианты 6Ø12 и 8Ø12 назначены самостоятельно, поэтому модель не воспроизводит конкретный опытный образец. Поперечное сечение ригеля принято прямоугольным, шириной $b = 200$ *мм* и полной высотой $h = 450$ *мм*. Высота сечения ригеля в пределах подрезки составляет $h_k = 300$ *мм*. При расстоянии от растянутой грани до оси продольной арматуры $a_s = 30$ *мм* рабочая высота подрезанного сечения равна

$$h_0 = h_k - a_s = 300 - 30 = 270 \text{ мм} \quad (1)$$

Расстояние между опорной реакцией и вертикальной силой a = 450 мм соответствует $a/h_0 = 1{,}67$; оно назначено самостоятельно и не воспроизводит отношение a/h_{0c} из группировки образцов [2]. Вылет консоли l_c = 150 мм [2,

с. 129], поэтому $a - l_c$ = 300 мм. Условная ось эквивалентной группы расположена на расстоянии x_h = 30 мм от угла подрезки.

Расчетная схема приведена на рисунке 1, где F — вертикальная сила, Q — опорная реакция, a — расстояние между линиями их действия. Без учета собственного веса $F = Q$. Положительным считается показанное направление M_{on}, повышающее сопротивление Т-1 по моментному условию.

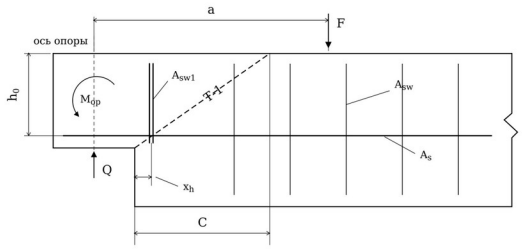


Рис. 1. Расчетная схема ригеля с подрезкой и положение наклонного сечения Т-1

Обозначения на рисунке: h_0 — рабочая высота; C — проекция Т-1; A_s — продольная арматура консольной части (соответствует A_{sc} в [2]); A_{sw} — распределенная, A_{sw1} — сосредоточенная поперечная арматура; x_h — координата ее условной оси. Число и площадь ветвей A_{sw1} приняты по таблице 1. Для расчета приняты тяжелый бетон В30 и арматура А400. Для сочетания с кратковременной нагрузкой γ_{b1} = 1,0; специальные понижающие коэффициенты не вводятся. По СП 63.13330.2018: R_b = 17 МПа, R_{bt} = 1,15 МПа, R_s = 350 МПа, R_{sw} = 280 МПа [1]. Продольная арматура — 2Ø18, распределенная поперечная — 2Ø8 с шагом 100 мм.

Переменным параметром является суммарная площадь эквивалентной группы сосредоточенной поперечной арматуры. В опытных образцах базовая группа состояла из двух спаренных замкнутых хомутов 4Ø12, несколько наклоненных в сторону опоры [2, с. 129]. В расчетной модели учитывается только их суммарная площадь, приведенная к вертикальным ветвям; равенство реальной и расчетной схем по направлению стержней не предполагается. Рассмотрены варианты 4Ø12, 6Ø12 и 8Ø12 с площадями соответственно 452,4; 678,6 и 904,8 мм². Варианты 6Ø12 и 8Ø12 являются расчетными. Отечественные опыты на коротких балках показывают влияние схемы поперечного армирования на характер работы и несущую способность [10]; для подрезанных концов влияние диагональной арматуры подтверждено специальными испытаниями [15]. Поэтому эквивалентная вертикальная группа в настоящей модели является расчетным допущением, а не равноценной заменой конкретной схемы армирования.

Основные исходные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1

Геометрические параметры и армирование расчетной модели

Параметр	Обозначение	Принятое значение
Ширина ригеля	b	200 мм
Полная высота ригеля	h	450 мм
Высота сечения в подрезке	h_k	300 мм
Рабочая высота в подрезке	h_0	270 мм
Пролет среза	a	450 мм
Вылет до внутреннего угла	l_c	150 мм
Область проекции Т-1	C	270–300 мм
Первый рядовой хомут	x_0	50 мм
Центр эквивалентной группы	x_h	30 мм
Продольная арматура	A_s	2Ø18 A400; A_s = 508,9 мм²; R_s = 350 МПа
Распределенные хомуты	A_{sw}	2Ø8 A400; s = 100 мм; A_{sw} = 100,5 мм²; R_{sw} = 280 МПа
Сосредоточенная группа	A_{sw1}	4Ø12; 6Ø12; 8Ø12; A_{sw1} = 452,4; 678,6; 904,8 мм²
Бетон	—	В30; R_b = 17 МПа; R_{bt} = 1,15 МПа

Опорный момент изменяется от 0 до 60 кН·м с шагом 15 кН·м. По СП 63.13330.2018 $h_0 \le C \le 2h_0$; дополнительно верхний конец Т-1 должен находиться до линии силы, поэтому $C \le a - l_c$. Расчетный интервал равен $270 \le C \le 300$ *мм*. Поиск по проекции непрерывный, а дискретные значения момента используются только для представления результатов.

Для каждого из трех вариантов сосредоточенного армирования и каждого уровня опорного момента рассматривается непрерывная совокупность наклонных сечений в указанной области. Для каждого значения C отдельно определяются предельные поперечные силы по моментному условию Т-1, по поперечному условию Т-1 и по прочности бетонной полосы. Итоговое значение принимается по наименьшему из трех ограничений.

Для использования полного расчетного усилия $R_s A_s$ в продольной арматуре консольной части ($A_s = A_{sc}$) в номинальной модели задается обязательное конструктивное условие: оба стержня Ø18 должны быть доведены до опоры, а доступная длина их прямой анкеровки должна составлять не менее 600 мм. Прямая анкеровка рассматривается для горячекатаной арматуры А400 периодического профиля. По пп. 10.3.21–10.3.25 СП 63.13330.2018 при $R_{bt} = 1{,}15$ *МПа*, $\eta_1 = 2{,}5$, $\eta_2 = 1$, сопротивление сцепления равно $R_{bond} = 2{,}875$ *МПа*. Базовая длина анкеровки составляет $l_{0,an} = 547{,}8$ *мм*. Для прямого окончания растянутого стержня без дополнительных анкерующих устройств принято $\alpha = 1{,}0$; при $A_{s,cal}/A_{s,ef} = 1$ требуемая расчетная длина $l_{an} = 547{,}8$ *мм*. Она превышает нижние пределы 15 d_s = 270 мм и 200 мм. Следовательно, условие анкеровки выполняется только при конструктивном обеспечении принятой длины $l_{act} \ge 600$ *мм*; само расчетное значение не заменяет проверку рабочего чертежа. Верхнее соединение, передающее M_{on}, должно проверяться отдельно и настоящим расчетом анкеровки A_s не охватывается.

Результаты относятся к модели приопорного участка и не являются полной оценкой ригеля или узла с колонной. Отдельно проверяются местное смятие опорной площадки, закладные и сварные соединения, пространственная работа узла, повреждение арматуры и ее анкеровка в зоне подрезки [1].

Методика расчета

Расчет объединяет нормативные проверки СП 63.13330.2018 и отдельное дополнение для сосредоточенной группы хомутов. Для Т-1 поперечная сила между опорой и нагрузкой постоянна. При отсутствии предварительного напряжения и заданной продольной силы принято $\varphi_n = 1$ по п. 8.1.34 [1].

2.1. Предельные условия по поперечной силе

Прочность бетонной полосы между наклонными сечениями проверяется по п. 8.1.32 с учетом коэффициента влияния продольных напряжений по п. 8.1.34 [1]. Предельная поперечная сила по этому условию не зависит от длины проекции Т-1:

$$Q \le Q_{strip} = \varphi_n \varphi_{b1} R_b b h_0 \quad (2)$$

где φ_{b1}= 0,3. Для принятых b = 200 мм, h_0 =270мм и R_b= 17 МПа получено Q_{strip} = 275,4 кН. Это самостоятельное нормативное ограничение; его нельзя отождествлять с разрушением непосредственно по трещине Т-1.

Проверка Т-1 на действие поперечной силы основана на п. 8.1.33 [1]. Для распределенных хомутов нормативная правая часть дополнена усилием фактически пересекающей сечение сосредоточенной группы:

$$Q \le Q_v(C) = Q_b(C) + Q_{sw}(C) + Q_{sw1} \quad (3)$$

$$Q_b(C) = min\left(2{,}5 R_{bt} b h_0; max\left[0{,}5 R_{bt} b h_0; \frac{\varphi_n \varphi_{b2} R_{bt} b h_0^2}{C}\right]\right) \quad (4)$$

$$Q_{sw}(C) = \varphi_{sw} q_{sw} C; \; q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s} \quad (5)$$

$$Q_{sw1} = k_{an} R_{sw} A_{sw1} \quad (6)$$

В формулах (4) и (5) φ_{b2} = 1,5, φ_{sw} = 0,75; A_{sw} — площадь ветвей распределенных хомутов в пределах одного шага s. Формула (6) не является формулой СП или зависимостью из работы [2]. Она представляет принятое в настоящей работе дополнение уравнения равновесия. Коэффициент k_{an} введен в расчетной модели и учитывает степень реализации расчетного сопротивления сосредоточенной группы: $0 \le k_{an} \le 1$. Значение $k_{an} = 1$ рассматривается как предельный расчетный случай полной реализации сопротивления группы при условии, что замкнутые хомуты пересекают Т-1 и имеют конструктивно обеспеченную анкеровку; без такой проверки вклад группы должен быть уменьшен или исключен. В номинальном параметрическом расчете принимается $k_{an} = 1$ как условие модели, а не как установленный факт для произвольного узла. При $x_h = 30$ *мм* группа пересекается всеми рассматриваемыми сечениями $C \ge 270$ *мм*.

Коэффициент k_{an} не калиброван по отдельной серии испытаний, поэтому $k_{an} = 1$ задает верхнюю границу вклада группы. Анализ чувствительности выполняется при $0 \le k_{an} \le 1$. Перенос численных значений на реальные узлы требует проверки анкеровки и расчетно-экспериментальной калибровки k_{an}.

Интенсивность распределенных хомутов равна $q_{sw} = 281{,}49$ $Н/мм$. Условие их учета $q_{sw} \geq 0{,}25 R_{bt} b$ выполняется: 281,49 ≥ 57,50 Н/мм. Шаг $s = 100$ мм также не превышает $min(0{,}5h_0;\ 300\ мм) = 135\ мм$.

Рядовые хомуты в номинальной схеме расположены без разрыва с шагом s = 100 мм; ось первого хомута принята на расстоянии $x_0 = s/2 = 50\ мм$ от внутреннего угла подрезки. В формулах (5) и (11) их дискретное расположение заменено нормативной равномерной интенсивностью q_{sw}. Сосредоточенная группа A_{sw1} является дополнительной и не заменяет рядовые хомуты, поэтому повторного учета одной и той же площади арматуры не возникает. Для конструктивной схемы с пропуском рядовых хомутов у угла подрезки эти зависимости должны быть пересоставлены по фактическому расположению ветвей.

Моментное условие наклонного сечения Т-1

Моментное равновесие составляется для левой отсеченной части относительно верхнего конца Т-1. Плечо опорной реакции до этой точки равно $l(C) = l_c + C$. При принятом положительном направлении опорный момент противоположен моменту поперечной силы. Поэтому внешнее и внутреннее условия записываются в виде

$$Q \cdot l(C) - M_{on} \leq M_R(C) \quad (7)$$

$$l(C) = l_c + C \quad (8)$$

Уравнение применимо при $C \leq a - l_c$; поэтому значения $C > 300$ мм не рассматриваются.

Внутренний предельный момент складывается из трех составляющих:

$$M_R(C) = M_s + M_{sw}(C) + M_{sw1}(C) \quad (9)$$

$$M_s = R_s A_s z_s;\ z_s = 0{,}9h_0 \quad (10)$$

$$M_{sw}(C) = 0{,}5 q_{sw} C^2 \quad (11)$$

$$M_{sw1}(C) = k_{an} R_{sw} A_{sw1} (C - x_h) \quad (12)$$

Формулы (10) и (11) соответствуют структуре п. 8.1.35 [1]. Усилие $R_s A_s$ учитывается после проверки анкеровки. Формула (12) — дополнение для сосредоточенной группы с плечом $C - x_h$; в формулах (6) и (12) используется один коэффициент k_{an}.

После преобразования (7) предельная поперечная сила по моментному условию равна

$$Q_M(C,\ M_{on}) = \frac{M_R(C) + M_{on}}{l(C)} \quad (13)$$

Если направление опорного момента меняется, знак M_{on} в формулах (7) и (13) также меняется. Следовательно, полученная зависимость не должна применяться к любому знаку момента без пересмотра уравнения равновесия.

2.3. Критический опорный момент и опасное сечение Т-1

Для каждого C три условия приводятся к единой размерности поперечной силы. Предельная сила рассматриваемого сечения определяется первым достигнутым ограничением:

$$Q_{ult}(C,\ M_{on}) = min\left[Q_M(C,\ M_{on});Q_v(C);Q_{strip}\right] \quad (14)$$

Индексы M, V, strip и ult обозначают соответственно моментное, поперечное, полосовое и итоговое ограничения.

Обозначим допустимый интервал $I = [h_0;\ min(2h_0;\ a - l_c)]$. Несущая способность модели и положение опасного сечения задаются выражениями

$$Q_{ult}(M_{on}) = \min_{C \in I} Q_{ult}(C,\ M_{on});\ C_{crit} \in arg \min_{C \in I} Q_{ult}(C,\ M_{on}) \quad (15)$$

Минимум берется на замкнутом I. Если определяет Q_{strip}, все проекции C равноценны и единственная критическая проекция отсутствует.

Сначала определяется постоянный предел Q_0, не зависящий от опорного момента:

$$Q_0 = min\left[Q_{strip};\ \min_{C \in I} Q_v(C)\right] \quad (16)$$

Критическим называется наименьший неотрицательный момент, при котором моментная ветвь ни для одного допустимого C не лежит ниже Q_0. Из неравенства $Q_M(C, M_{on}) \geq Q_0$ получается расчетный критерий

$$M_{cr} = max\left[0;\ \max_{C \in I} \left[l(C)Q_0 - M_R(C)\right]\right] \quad (17)$$

Внутренний максимум в (17) нужен, чтобы после достижения критического момента $Q_M \geq Q_0$ выполнялось для всех сечений. M_{cr} — граница смены расчетного условия, а не момент трещинообразования.

Минимизация выполняется по непрерывной переменной C. На участках, где не действуют верхнее и нижнее ограничения значения Q_b, стационарная точка поперечной ветви определяется из $dQ_v(C)/dC = 0$:

$$C_v = \sqrt{\frac{\varphi_n \varphi_{b2} R_{bt} b h_0^2}{\varphi_{sw} q_{sw}}} \quad (18)$$

При окончательном поиске проверяются границы расчетного интервала, точка (18), точки включения нижнего и верхнего ограничений Q_b, а также стационарные точки моментной ветви. Последние определяются из условия $M_R'(C) \cdot l(C) - [M_R(C) + M_{on}] = 0$ полученного дифференцированием (13) с учетом $l'(C) = 1$. Такой порядок исключает зависимость результата от произвольно назначенного шага перебора. Все вычисления ведутся в согласованных единицах Н и мм; в таблицах результатов силы переводятся в кН, моменты — в кН·м.

Количественный анализ ограничен Т-1 и нормативной проверкой бетонной полосы. Он не переносит границы опытных серий [2]: в источнике использовано a/h_{0c}, где h_{0c} — рабочая высота консоли, а в модели самостоятельно назначено $a = 450\ мм$ и получено $a/h_0 = 1{,}67$. Рассчитанные M_{cr} наблюдениями [2–4] не подтверждаются; они служат только качественной предпосылкой. Для иных траекторий необходимы проверки Т-2, местного сжатия, соединений и пространственной работы узла.

3. Результаты расчета и определение наиболее опасного наклонного сечения Т-1

Расчет по (14)–(18) выполнен непрерывным поиском по C в интервале 270–300 мм. Базовый случай $k_{an} = 1$ соответствует полной реализации сопротивления группы; результаты относятся к номинальной модели, а не к испытаниям.

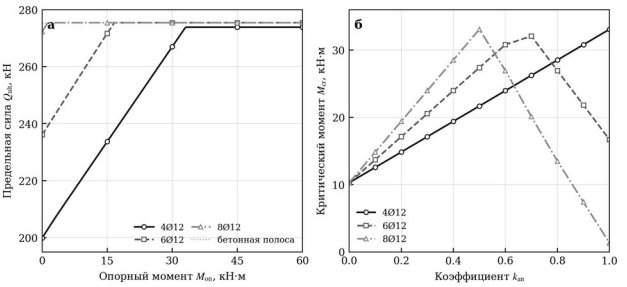


Рис. 2. Результаты расчета: а — зависимость $Q_{ult}(M_{on})$ при $k_{an} = 1$; б — чувствительность M_{cr} к коэффициенту k_{an}

3.1. Влияние опорного момента на расчетное предельное усилие

При $M_{on} = 0$ моментное условие Т-1 определяет Q_{ult}: 199,87; 236,06 и 272,25 кН для 4Ø12, 6Ø12 и 8Ø12. С ростом момента оно достигает постоянного предела Q_0, заданного поперечным условием или бетонной полосой. Таблица 2 содержит основные результаты; C_{Mcr} — проекция, при которой $Q_M = Q_0$ определяет M_{cr}.

Таблица 2
Основные результаты непрерывной оптимизации по C при $k_{an} = 1$

Группа	A_{sw1}, мм²	$Q_{ult}(0)$, кН	Q_0, кН	M_{cr}, кН·м	C_{Mcr}, мм	Постоянное ограничение
4Ø12	452,4	199,87	273,84	33,07	300	поперечная Т-1
6Ø12	678,6	236,06	275,40	16,68	300	бетонная полоса
8Ø12	904,8	272,25	275,40	1,32	270	бетонная полоса

Поскольку для всех вариантов $M_{cr} < 60$ кН·м, при $M_{on} = 60$ $кН{\cdot}м$ получено $Q_{ult} = Q_0$. Относительный прирост по сравнению с $M_{on} = 0$ равен 37,01 % для 4Ø12, 16,66 % для 6Ø12 и 1,16 % для 8Ø12. Эти проценты характеризуют только рассматриваемый диапазон положительного момента и принятую модель сопротивления.

3.2. Положение наиболее опасного наклонного сечения

При нулевом опорном моменте минимум значения по моментному условию для всех трех вариантов достигается на нижней границе допустимой области, то есть при $C = 270$ мм. Для 4Ø12 при $M_{on} = M_{cr}$ опасная проекция однозначно равна 300 мм. Для вариантов 6Ø12 и 8Ø12 приведенные в таблице значения $C_{Mcr} = 300$ и 270 мм характеризуют точки, в которых равенство $Q_M = Q_0$ определяет критический момент; единственными опасными сечениями эти значения не являются.

Для 4Ø12 при $M_{on} = M_{cr}$ моментное и поперечное условия Т-1 совпадают при $C = 300$ мм; при $M_{on} > M_{cr}$ определяющим остается поперечное условие Т-1, минимум которого в принятой области расположен при $C = 300$ мм. Для 6Ø12 и 8Ø12 при $M_{on} \geq M_{cr}$ определяющим становится ограничение по бетонной полосе. Поскольку Q_{strip} не зависит от C, а условия $Q_M \geq Q_{strip}$ и $Q_v \geq Q_{strip}$ выполняются во всем интервале 270–300 мм, все рассматриваемые проекции равноценны по итоговому критерию. Поэтому при ограничении бетонной полосой указывать единственную координату опасного сечения некорректно.

3.3. Влияние коэффициента реализации сосредоточенной арматуры на расчетные результаты

На рисунке 2, б коэффициент k_{an} изменяется от 0 до 1 с шагом $\Delta k_{an} = 0{,}1$. При $k_{an} = 0$ вклад группы равен нулю, поэтому для всех площадей $Q_{ult}(0) =$ 124,34 кН, $Q_0 = 147{,}17$ кН и $M_{cr} = 10{,}27$ кН·м. Совпадение является следствием модели, а не тождеством поведения реальных ригелей.

При $k_{an} = 0{,}5$ значения M_{cr} для 4Ø12, 6Ø12 и 8Ø12 равны 21,67; 27,37 и 33,07 кН·м, при $k_{an} = 1$ — 33,07; 16,68 и 1,32 кН·м. Максимумы для 6Ø12 и

8Ø12 возникают при смене ограничения: пока Q_0 задается поперечным условием, рост $k_{an} \cdot R_{sw} \cdot A_{sw1}$ повышает предел и M_R; после достижения бетонной полосы Q_0 = 275,40 кН, но M_R продолжает расти с $k_{an} \cdot A_{sw1}$, поэтому для неизменного предела требуется меньший внешний момент.

Снижение M_{cr} при переходе к 6Ø12 и 8Ø12 в случае $k_{an} = 1$ означает не снижение предельного усилия, а достижение независимого ограничения при меньшем внешнем моменте. Поскольку k_{an} не откалиброван, результаты требуют проверки анкеровки и расчетно-экспериментального обоснования.

В принятой модели для 4Ø12 при M_{cr} и дальнейшем росте M_{on} сохраняется проекция C = 300 мм. Для 6Ø12 и 8Ø12 при $M_{on} \geq M_{cr}$ итог задает бетонная полоса, поэтому опасная проекция не является единственной.

4. Анализ результатов и ограничения расчетной модели

Критический момент M_{cr} характеризует смену расчетного ограничения, а не образование трещины или разрушение. До M_{cr} итог задает $Q_M(C, M_{on})$; после него — поперечное условие Т-1 для 4Ø12 или бетонная полоса для 6Ø12 и 8Ø12. Поэтому максимумы $M_{cr}(k_{an})$ связаны со сменой ограничения, а при бетонной полосе единственная проекция C не выделяется.

Принятая физическая постановка учитывает механизмы, отмеченные в исследованиях консольных опор ригелей с подрезкой: совместное действие вертикальной силы и опорного момента, сложное напряженно-деформированное состояние приопорной зоны, работу сжатой бетонной полосы и сосредоточенной арматуры [2, с. 128–133; 3, с. 95–102; 4, с. 12–18]. Полученные количественные значения этими работами не подтверждаются, поскольку номинальная модель не воспроизводит конкретный опытный образец, а 6Ø12 и 8Ø12 являются расчетными вариантами. Теоретические основы расчета при действии поперечной силы и отечественные подходы к анализу наклонных сечений представлены в работах [6–8; 11; 12]. Возможность описывать короткие приопорные участки системой сжатых и растянутых элементов рассмотрена в каркасно-стержневых моделях и экспериментах на коротких балках [9; 10; 12; 14]. Специальные исследования подрезанных концов подтверждают локализацию повреждений у входящего угла и существенную роль деталировки арматуры [13; 15]. Формулы перечисленных авторов в настоящий расчет непосредственно не вводятся: значение $Q_{strip} = \varphi_n \cdot \varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0$ = 275,40 кН принято по нормативной проверке СП 63.13330.2018 [1]. Следовательно, ограничение для 6Ø12 и 8Ø12 и связанные с ним значения M_{cr} относятся именно к нормативной ветви принятой модели; ее количественное сопоставление с отечественными каркасно-стержневыми моделями [9; 10; 12], специальными исследованиями подрезанных концов [13; 15] является отдельной задачей.

Область применимости ограничена Т-1, интервалом $C = 270 - 300$ *мм*, принятым знаком момента и параметрами модели. Не проверяются Т-2, местное смятие, закладные и сварные соединения, верхнее соединение и пространственная работа узла. Коэффициент k_{an} не откалиброван, поэтому $k_{an} = 1$ — предельный расчетный случай. Результаты предназначены для параметрического сравнения и не заменяют полного расчета узла и анкеровки [1].

Заключение

Для номинальной модели определены критический момент M_{cr} и положение Т-1 при непрерывной минимизации по C = 270–300 мм. M_{cr} является порогом достижения постоянного предела Q_0, а не моментом трещинообразования или разрушения.

При $k_{an} = 1$ и $M_{on} = 0$ расчетные значения Q_{ult} составили 199,87; 236,06 и 272,25 кН для вариантов 4Ø12, 6Ø12 и 8Ø12 соответственно. Критические моменты M_{cr} равны 33,07; 16,68 и 1,32 кН·м. При $M_{on} \geq M_{cr}$ предельное усилие Q_{ult} составляет 273,84 кН для 4Ø12 и 275,40 кН для 6Ø12 и 8Ø12. При нулевом опорном моменте минимум моментной ветви во всех вариантах соответствует C = 270 мм. Для 4Ø12 при $M_{on} = M_{cr}$ моментное и поперечное условия совпадают при C = 300 мм, а при дальнейшем увеличении опорного момента определяющим остается поперечное условие Т-1. Для 6Ø12 и 8Ø12 итог ограничивается бетонной полосой, поэтому единственная опасная проекция в интервале 270–300 мм не выделяется.

Для 6Ø12 и 8Ø12 зависимость $M_{cr}(k_{an})$ имеет максимум: после достижения бетонной полосы рост k_{an} снижает требуемый M_{cr}. Для 4Ø12 при $0 \leq k_{an} \leq 1$ значение M_{cr} возрастает монотонно. Выводы относятся только к принятой модели.

Литература

1. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003 (с Изменениями № 1, 2). — М.: Минстрой России, 2018.
2. Комаров В. А., Болдырева О. В., Жуков А. Н. Консольные опоры железобетонных ригелей при совместном действии вертикальных сил и опорного изгибающего момента // Региональная архитектура и строительство. — 2013. — № 3 (17). — С. 128–133.
3. Комаров В. А., Болдырева О. В., Трегуб А. Ю. Напряженно-деформированное состояние консольных опор балок с подрезкой // Региональная архитектура и строительство. — 2021. — № 1 (46). — С. 95–102.
4. Комаров В. А., Болдырева О. В. Исследования прочности сжатых полос бетона консольных опор ригелей с подрезками многоэтажных каркасов // Строительная механика и расчет сооружений. — 2021. — № 3. — С. 12–18. — DOI: 10.37538/0039-2383.2021.3.12.18.
5. Комаров В. А. Экспериментальная теория сопротивления ригелей с подрезкой: монография. — М.: Спутник+, 2013. — 199 с.
6. Карпенко С. Н. Об общем подходе к построению теории прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил // Бетон и железобетон. — 2007. — № 2. — С. 21–27.
7. Залесов А. С., Климов Ю. А. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил. — Киев: Будівельник, 1989. — 104 с. — ISBN 5-7705-0187-1.
8. Залесов А. С., Кодыш Э. Н., Лемыш Л. Л., Никитин И. К. Расчет железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям. — М.: Стройиздат, 1988. — 320 с. — ISBN 5-274-00085-1.
9. Баранова Т. И., Лаврова О. В. Расчет железобетонных конструкций в зоне действия поперечных сил на основе каркасно-стержневых моделей: учебное пособие. — Пенза: ПГУАС, 2010. — 144 с. — ISBN 978-5-9282-0589-8.
10. Баранова Т. И., Скачков Ю. П., Снежкина О. В., Ладин Р. А. Моделирование работы коротких железобетонных балок // Вестник СибАДИ. — 2014. — № 2 (36). — С. 54–60.
11. Филатов В. Б., Арцыбасов А. С., Багаутдинов М. А., Гордеев Д. И., Кортунов А. И., Никитин Р. А. Анализ расчетных моделей при расчете прочности наклонных сечений железобетонных балок на действие поперечных сил // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2014. — Т. 16, № 4 (3). — С. 642–645.
12. Колчунов Вл. И. Метод расчетных моделей сопротивления для железобетона // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. — 2023. — Т. 19, № 3. — С. 261–275. — DOI: 10.22363/1815-5235-2023-19-3-261-275.
13. Mattock A. H., Chan T. C. Design and Behavior of Dapped-End Beams // PCI Journal. — 1979. — Vol. 24, No. 6. — P. 28–45. — DOI: 10.15554/pcij.11011979.28.45.
14. Schlaich J., Schäfer K., Jennewein M. Toward a Consistent Design of Structural Concrete // PCI Journal. — 1987. — Vol. 32, No. 3. — P. 74–150. — DOI: 10.15554/pcij.05011987.74.150.
15. Rajapakse C., Degée H., Mihaylov B. Experimental Investigation of Dapped Ends with Diagonal Reinforcement // ACI Structural Journal. — 2024. — Vol. 121, No. 4. — P. 35–46. — DOI: 10.14359/51740710.

Calculation of the critical support moment and analysis of critical inclined sections in a notched reinforced concrete beam

Kuznetsov G.A.
Penza State University of Architecture and Construction

JEL classification: L61, L74, R53

The study investigates the influence of a favorably directed support bending moment on the design ultimate capacity of the support zone of a notched reinforced concrete beam. The objective is to determine the critical support moment and the location of the most critical inclined section (T-1). Calculations were performed based on the strength requirements for inclined sections subjected to shear force and bending moment, as well as for the concrete compression strut, in accordance with SP 63.13330.2018; the degree of resistance mobilization of the equivalent group of concentrated transverse reinforcement was taken into account. The projection length of the inclined section was varied from 270 to 300 mm. Assuming full resistance mobilization, critical moments of 33.07, 16.68, and 1.32 kNm were obtained for reinforcement configurations of 4Ø12, 6Ø12, and 8Ø12, respectively. At zero moment, the minimum value in all cases corresponds to a projection of 270 mm; upon reaching the critical moment, the 300 mm projection becomes the governing factor for the 4Ø12 configuration, whereas for the 6Ø12 and 8Ø12 configurations, the calculation is limited by the strength of the concrete compression strut, without a single critical projection being identified. These results are based on the adopted model and require experimental verification.

Keywords: reinforced concrete beam, notch, inclined section, support moment, shear force, concentrated transverse reinforcement, parametric calculation.

References

1. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. General provisions. SNiP 52-01-2003 (with Amendments Nos. 1 and 2). Moscow: Ministry of Construction of Russia; 2018. (In Russian).
2. Komarov V.A., Boldyreva O.V., Zhukov A.N. Cantilever supports of reinforced-concrete girders under the combined action of vertical forces and a support bending moment. Regional'naya arkhitektura i stroitel'stvo [Regional Architecture and Engineering]. 2013;3(17):128–133. (In Russian).
3. Komarov V.A., Boldyreva O.V., Tregub A.Yu. Stress-strain state of cantilever supports of beams with a dapped end. Regional'naya arkhitektura i stroitel'stvo [Regional Architecture and Engineering]. 2021;1(46):95–102. (In Russian).
4. Komarov V.A., Boldyreva O.V. Strength of compressed concrete strips in cantilever supports of dapped-end girders in multistory frames. Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzhenii [Structural Mechanics and Analysis of Constructions]. 2021;(3):12–18. https://doi.org/10.37538/0039-2383.2021.3.12.18. (In Russian).
5. Komarov V.A. Experimental theory of resistance of dapped-end girders: monograph. Moscow: Sputnik+ Publ.; 2013. 199 p. (In Russian).
6. Karpenko S.N. A general approach to developing a strength theory for reinforced-concrete elements subjected to transverse forces. Beton i zhelezobeton [Concrete and Reinforced Concrete]. 2007;(2):21–27. (In Russian).