Экономико-математическая модель реализации инновационного потенциала региональной системы

Красавин Никита Романович
аспирант, Московский университет «Синергия», krasavinnikrom@yandex.ru

В статье предложена и апробирована эконометрическая модель оценки уровня инновационного развития регионов России, основанная на модификации производственной функции Кобба–Дугласа и методике расчёта остатка Солоу. Показатель уровня инновационности последовательно скорректирован с учётом ресурсной ренты добывающих регионов, искажений, вызванных статусом северных и дотационных территорий, а также динамики цен. На основе панельных данных по 85 регионам России за 2020–2024 гг. построена регрессионная модель, связывающая уровень инновационности региона с количеством технологических компаний, качеством региональной инновационной политики, обеспеченностью объектами технологической инфраструктуры и статусом городской агломерации. Модель демонстрирует высокое качество (R^2 = 0,88, средняя ошибка аппроксимации 14%) и подтверждает значимость всех рассмотренных факторов, в особенности статуса города.

Ключевые слова: региональная инновационная система, остаток Солоу, производственная функция Кобба–Дугласа, эконометрическое моделирование, инновационная инфраструктура, технологический сектор.

Оценка уровня инновационного развития регионов остаётся одной из наиболее дискуссионных задач региональной экономики: используемые сегодня рейтинги и индексы инновационного развития субъектов Российской Федерации, как правило, строятся на агрегировании разнородных показателей с использованием экспертных весов, что снижает воспроизводимость результатов и затрудняет содержательную интерпретацию итогового значения. В условиях необходимости достижения технологического суверенитета и структурной перестройки экономики особую значимость приобретает разработка методики, позволяющей оценивать уровень инновационного развития региона на основе объективных статистических данных, поддающейся регулярному пересчёту и сопоставимой как между регионами, так и во времени.

Целью настоящего исследования является разработка и апробация эконометрической модели оценки уровня инновационного развития регионов России, опирающейся на производственную функцию Кобба–Дугласа и построенную на её основе методику расчёта остатка Солоу, дополненную корректировкой на ресурсную ренту и искажения, связанные со спецификой северных и дотационных регионов. На основе рассчитанного показателя строится регрессионная модель, объясняющая уровень инновационности региона через количество технологических компаний, качество региональной инновационной политики, обеспеченность объектами технологической инфраструктуры и статус городской агломерации.

Автор предлагает оценить уровень развития инноваций в регионе, опираясь на исследования нобелевского лауреата по экономике, американского экономиста Роберта Солоу [9].

Солоу писал о том, что современная экономика строится на таких факторах производства, как труд и капитал. Под трудом понимаются в первую очередь человеческие ресурсы, в том время как под капиталом подразумевается не деньги как таковые, а совокупность материально-технических средств, позволяющих осуществлять экономическую деятельность, по сути, это основные фонды.

Кроме того, автор отмечал, что кроме эти двух базовых факторов огромное влияние на современную экономику оказывает уровень инновационного развития. Важно наличие не только ресурсной базы в виде основных средств или человеческого капитала, но также качество этих ресурсов, а также качество управления им, это и есть инновации, так называемый остаток Солоу.

С формулой Роберта Солоу можно ознакомиться ниже [8; 9].

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}$$

где:

Y – объём выпуска;

A – уровень технологического развития;

K – объём используемого капитала;

L – фактор труда;

α – эластичность выпуска по капиталу;

$1-\alpha$ – эластичность выпуска по труду.

Вышеуказанная формула позволяет определить какой объем выпуска продукции будет у страны/региона, если нам известны данные по таким факторам, как труд, капитал, уровень инновационного развития. Однако в реальной жизни нам уже известен объем экономики и ежегодно ведется статистическое наблюдение за ним. Также ведется учет объема капитала в экономике и размера трудовых ресурсов. Однако уровень инновационного развития является величиной более эфемерной и с трудом поддается расчету.

Именно этот показатель (уровень инновационного развития) мы и постараемся определить на уровне регионов Российской Федерации. Для этого мы видоизменим формулу в следующем виде:

$$A = \frac{Y}{K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}}$$

где обозначения соответствуют приведённым выше.

Для переменной Y автор взял валовой региональный продукт по данным Росстата [7], K – наличие основных фондов на конец года по полной учетной стоимости по полному кругу организаций, L – число занятых в экономике от 15 лет (для данных до 2016 года данные взяты по занятым в экономике от 15 до 72 лет, так как более точные статистические данные не публиковались).

Для современной экономики наиболее часто встречающееся распределение коэффициентов α и 1- α составляет соответственно 0,35 (для фактора капитала) и 0,65 (для фактора труда), такие коэффициенты автор будет использовать и в своей работе.

В рамках исследования будут проанализированы временные ряды с 2020 по 2024 года по 85 регионам Российской Федерации (за исключением новых присоединенных регионов, так как статистика по ним ограничена). В ходе проведения расчетов должны быть получены коэффициенты инновационного развития. Сам по себе коэффициент ни о чем не говорит, однако наличие

ряда таких коэффициентов позволяет проводить сравнительный анализ, либо между разными регионами, либо в рамках одного региона, но в разные временные промежутки.

В рамках анализа был получен следующий топ регионов по рассчитанному остатку Солоу (Таблица 1).

Таблица 1
Топ регионов России по объему остатка «Солоу» (первый подход).

№	Регион	Остаток Солоу в 2024 г.
1	Ненецкий автономный округ	575
2	Ямало-Ненецкий автономный округ	428
3	Ханты-Мансийский автономный округ - Югра	317
4	Магаданская область	275
5	Тюменская область	273
6	Чукотский автономный округ	256
7	г. Москва	204
8	Сахалинская область	197
9	Республика Саха (Якутия)	184
10	г. Санкт-Петербург	170
-	**Российская Федерация**	**115**

Источник: составлено автором на основе данных Росстата [7].

Можно ли считать полученный топ регионов реальными двигателями инноваций в стране? Нет, так как здесь не учитывается еще один важный фактор: ресурсная рента. Дело в том, что модель предлагаемая Солоу выделяет в качестве двух основных факторов труд и капитал, что верно, в качестве третьего фактора он учитывает эффективность использования этих факторов, подразумевая, что это напрямую связано с инновационным процессом.

Действительно, во многом инновационное развитие влияет на качество использования ресурсов, однако есть также множество других факторов, которые попадают в остаток Солоу и влияют на экономическую эффективность. Один из основных таких факторов – ресурсная рента: добыча полезных ископаемых не требует значительных трудовых ресурсов и обладают крайне значительной маржинальной отдачей от вложенных средств, что делает данное направление крайне выгодным в современной экономике при этом не имеет обязательной привязки к уровню инновационного развития региона.

Поэтому для того, чтобы добиться более точных результатов автор предлагает скорректировать фактор Y и вместо валового регионального продукта взять ВРП за вычетом добывающих отраслей (соответствует классификатору ОКВЭД 04-09) [4], что сделает аналитику более пригодной для целей выявления наиболее технологичных регионов.

В случае введения таких корректировок статистика по регионам значительно видоизменяется. Результаты анализа представлены в Таблице 2 ниже.

Таблица 2
Топ регионов России по объему остатка «Солоу» (второй подход с учетом искажений, вызванных ресурсной рентой, получаемой регионами).

№	Регион	Остаток Солоу в 2024 г.
1	г. Москва	204
2	г.Санкт-Петербург	170
3	Чукотский автономный округ	148
4	Ямало-Ненецкий автономный округ	119
5	Тюменская область (кроме Ханты-Мансийского автономного округа - Югры и Ямало-Ненецкого автономного округа)	118
6	Мурманская область	116
7	Красноярский край	114
8	Магаданская область	111
9	Камчатский край	108
10	Московская область	104
-	**Российская Федерация**	**99**

Источник: составлено автором на основе данных Росстата [7].

Результаты значительно изменились, на первое место вышли Москва и Санкт-Петербург, также в топ-10 вошла Московская область, а добывающие регионы значительно опустились, но все же остались в топе. Однако данный топ все еще выглядит крайне специфически и не отвечает целям анализа, так как не отражает уровень инновационности регионов. Одной из наиболее очевидных причин выступает неравномерность развития регионов, а также неравномерность распределения цен и заработных плат по регионам, особенно это касается Северных регионов России, где цены искажены относительно страны.

Связано это как с удаленностью и малонаселенностью регионов, так и с искажениями, вызванными вмешательством государства в экономику регионов, в данном случае речь идет о финансовых компенсациях работникам в северных регионах страны [6]. Также следует учитывать тот факт, что многие регионы России являются дотационными и это также может искажать модель.

Поэтому для отображения более релевантной картины необходимо исключить часть регионов из рейтинга. Самые «лучшие» регионы из обновленного рейтинга представлены в Таблице 3 (при анализе автор оставлял в рейтинге регионы с уровнем дотационности до 10% по данным за 2024 год).

Таблица 3
Топ регионов России по объему остатка «Солоу» (третий подход с учетом искажений, вызванных ресурсной рентой, получаемой регионами, а также с учетом искажениями в экономике северных регионов страны).

№	Регион	Остаток Солоу в 2024 г.	Статус северного региона	Уровень дотационности (2024)
1	г. Москва	204	нет	субъект не является получателем дотаций
2	г.Санкт-Петербург	170	нет	субъект не является получателем дотаций
3	Московская область	104	нет	субъект не является получателем дотаций
4	Свердловская область	104	нет	субъект не является получателем дотаций
5	Вологодская область	103	нет	субъект не является получателем дотаций
6	Новосибирская область	103	нет	доля дотаций до 10%
7	Республика Татарстан	99	нет	субъект не является получателем дотаций
8	Нижегородская область	95	нет	субъект не является получателем дотаций
9	Липецкая область	93	нет	субъект не является получателем дотаций
10	Краснодарский край	89	нет	доля дотаций до 10%

Источник: составлено автором на основе данных Росстата и открытого бюджета [7; 2].

Показатель инновационности растет год от года во всех рассматриваемых городах, это говорит как о росте инновационности, так частично объясняется ростом инфляции, которое оказывает влияние на номинальный рост ВРП и приводит к номинальному повышению остатка Солоу.

Для того, чтобы получить более реальную оценку во временном разрезе необходимо дефлировать показатели ВРП и основных средств на уровень инфляции. Тогда получаемые анализируемые коэффициенты будут сопоставимы между собой не только в части сравнения регионов между собой, но и в части сравнения временных рядов в рамках одного региона.

Обновленную статистику по регионам России с учетом изменения цен в экономике можно увидеть в таблице 4.

Таблица 4
Топ регионов России по объему остатка «Солоу» (финальный подход с учетом искажений, вызванных ресурсной рентой, получаемой регионами, также с учетом искажениями в экономике северных регионов страны и с учетом изменения цен в экономике).

№	Регион	Остаток Солоу в 2024 г.	Статус северного региона	Уровень дотационности (2024)
1	г. Москва	143	нет	субъект не является получателем дотаций
2	г.Санкт-Петербург	119	нет	субъект не является получателем дотаций
3	Московская область	73	нет	субъект не является получателем дотаций
4	Свердловская область	72	нет	субъект не является получателем дотаций
5	Вологодская область	72	нет	субъект не является получателем дотаций
6	Новосибирская область	72	нет	доля дотаций до 10%
7	Республика Татарстан	69	нет	субъект не является получателем дотаций
8	Нижегородская область	66	нет	субъект не является получателем дотаций
9	Липецкая область	65	нет	субъект не является получателем дотаций
10	Краснодарский край	62	нет	доля дотаций до 10%

Источник: составлено автором на основе данных Росстата и открытого бюджета [7; 2].

Также в таблице 5 автор приводит статистику по трем регионам лидерам с 2019 года.

Таблица 5
Топ 3 региона России по объему остатка «Солоу» (уровню инновационности) с 2019 по 2024 года (финальный подход с учетом искажений, вызванных ресурсной рентой, получаемой регионами, также с учетом искажениями в экономике северных регионов страны и с учетом изменения цен в экономике).

№	Год	г. Москва	г.Санкт-Петербург	Московская область
1	2019	112	72	54
2	2020	115	71	52
3	2021	127	113	60
4	2022	126	122	62
5	2023	140	108	66
6	2024	143	119	73

Источник: составлено автором на основе данных Росстата и открытого бюджета [7; 2].

В таблице выше можно увидеть, что в целом уровень инновационности регионов растет, однако вместе с тем, можно также замечать некоторые торможения в 2020 году, например и в 2022 году. Оба этих замедления обусловлены внешними факторами, в 2020 году мировая экономика, в том числе российская сильная пострадали от пандемии covid-19 и вводимых ограничений. В 2022 году на Россию было оказано внешнеполитическое давление в форме санкций.

Проведенные автором операции: дефлирование показателей, корректировка показателей, очистка от выбросов позволили автору рассчитать остаток солоу довольно приближенному к показателю инновационного развития региона, хотя здесь все еще остается составляющая из сторонних параметров. В дальнейшем рассчитаный остаток Солоу будет именоваться в данной работе «уровень инновационности региона».

Для того, чтобы понять из каких составляющих он состоит необходимо построить эконометрическую модель, учитывающую несколько параметров: уровень развития инновационности бизнеса, инфраструктурная развитость, эффективность управления инновациями в регионе. Также дополнительно автор хочет определить какое влияние оказывает территориальная особенность региона: город или область/край/республика. Автор предполагает, что городская агломерация за счет более высокой плотности населения и инфраструктурных объектов обладает большим инновационным потенциалом, нежели области [10].

$Ii=\beta0+\beta1Ki+\beta2Pi+\beta3Ti+\beta4Gi+\varepsilon i$, где

I_i — уровень инновационности *i*-го региона;

K_i — количество технологических компаний в *i*-м регионе;

P_i — индекс качества инновационной политики в *i*-м регионе;

T_i — доля объектов технологической инфраструктуры в *i*-м регионе;

G_i — статус города;

β_0 — свободный член (константа модели);

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ — коэффициенты регрессии;

ε_i — случайная ошибка модели.

Количество технологических компаний выбрано как фактор, характеризующий влияние частного сектора на развитие инноваций. Автор выбрал показатель именно по количеству компаний, а не по их выручке или численности, так как данный показатель является более точным со статистической точки зрения. Выручка и численность компаний в регионе могут быть значительно завышены, так как компания регистрируется лишь в одном регионе, а может вести деятельность в нескольких. Искажает не только выручку и численность компаний по регионам, но и количество самих компаний, однако масштаб искажения намного ниже, что позволяет ориентироваться на данные максимально приближенные к реальности.

Для определения технологического сектора автор опирался на постановление Правительства Москвы № 358-ПП [5] и на Общероссийский классификатор видов экономической деятельности (ОКВЭД2) [4]. К технологическому сектору автор отнёс компании с основным ОКВЭД 10-33 (промышленность), за исключением ОКВЭД 12 – производство табака, а также ОКВЭД 58-63 – ИТ-отрасль, и 71-72 – научная деятельность.

В таблице 6 можно увидеть топ среди отобранных регионов по количеству компаний и индивидуальных предпринимателей в технологическом секторе.

Для анализа качества инновационной политики автор решил опереться на ежегодное исследование Высшей школы экономики [3], что позволяет опереться на внешний источник и сделать итоговую модель более всеобъемлющей. Качество инновационной политики комплексно отражает позиции регионов по таким составляющим, как проработанность регуляторной базы научно-технической и инновационной деятельности, наличие специализированных координационных органов и институтов развития в сфере науки, технологий и инноваций, вовлеченность в профильные конкурентные программы поддержки, реализуемые на федеральном уровне. Показатель включает три составляющие:

Таблица 6
Топ 10 регионов России по количеству технологических компаний (из 32 регионов, отобранных для анализа).

№	Регион	Количество технологических компаний, тыс.
1	г. Москва	172
2	г.Санкт-Петербург	72
3	Московская область	71
4	Краснодарский край	37
5	Свердловская область	34
6	Республика Татарстан	28
7	Новосибирская область	25
8	Ростовская область	24
9	Челябинская область	23
10	Республика Башкортостан	21

Источник: составлено автором на основе данных СПАРК [1].

нормативная правовая база научно-технической и инновационной политики;

организационное обеспечение научно-технической и инновационной политики;

участие в федеральной научно-технической и инновационной политике.

В таблице 7 приведен топ-10 регионов по уровню развития инновационной политики.

Таблица 7
Топ 10 регионов России по качеству инновационной политики (из 32 регионов, отобранных для анализа).

№	Регион	Индекс качества инновационной политики (от 0 до 1)
1	Республика Татарстан	0,8893
2	Новосибирская область	0,8808
3	г. Москва	0,8616
4	Республика Башкортостан	0,8582
5	Нижегородская область	0,8538
6	Самарская область	0,8282
7	Новгородская область	0,8207
8	Тульская область	0,8009
9	г.Санкт-Петербург	0,7874
10	Калужская область	0,7741

Источник: составлено автором на основе данных ВШЭ [3].

Для оценки уровня развития инфраструктуры автор проанализировал количество объектов физической инфраструктуры, находящейся на территории того или иного региона. В анализ вошли такие показатели, как количество ОЭЗ технико-внедренческого и промышленно-производственного типов, индустриальные парки, технопарки (промышленные и технопарки в сфере высоких технологий), ИНТЦ.

Так как эти объекты по своему значению и размерам сильно отличаются друг от друга, то было бы опрометчиво просто сложить эти объекты между собой. Поэтому автор прибегнул к альтернативному варианту и рассчитал долю каждого субъекта РФ в том или ином объекте технологической инфраструктуре по всей стране. То есть если в Москве расположен каждый десятый технопарк, то она получит 0,1 балла, если каждый второй индустриальный парк, то 0,5 балла и так по каждому типу инфраструктуры. После этого данные баллы суммируются и получается общий показатель по региону, характеризующий обеспеченность региона технологической инфраструктурой.

В таблице 8 можно увидеть топ-10 регионов по показатели обеспеченности технологической инфраструктурой.

Таблица 8
Топ 10 регионов России по обеспеченности технологической инфраструктурой (из 32 регионов, отобранных для анализа).

№	Регион	Индекс обеспеченности объектами технологической инфраструктуры
1	Московская область	14,12
2	г. Москва	10,52
3	Республика Татарстан	6,98
4	г.Санкт-Петербург	5,26
5	Калужская область	2,88
6	Свердловская область	2,84
7	Нижегородская область	2,82
8	Новгородская область	2,36
9	Кемеровская область - Кузбасс	2,28
10	Тульская область	2,2

Источник: составлено автором на основе реестров федеральных министерств Российский Федерации.

Собрав все анализируемые данные, можно перейти к построению эконометрической модели. Итоговая формула получилась следующей:

Ii=42,34+0,000245*Ki+17,94*Pi+0,08*Ti+42,92*Gi+εi, где

I_i — уровень инновационности *i*-го региона;

K_i — количество технологических компаний в *i*-м регионе;

P_i — индекс качества инновационной политики в *i*-м регионе;

T_i — доля объектов технологической инфраструктуры в *i*-м регионе;

G_i — статус города (мнимая переменная);

β_0 — свободный член (константа модели);

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ — коэффициенты регрессии;

ε_i — случайная ошибка модели.

При этом модель можно охарактеризовать, как качественную. Коэффициент детерминации составляет 0,88, а средняя ошибка аппроксимации модели находится на уровне 14%. Сами связи внутри модели логичны – рост тех или иных анализируемых компонентов приводит к росту инновационности региона.

Как и предполагалось раннее, крайне высокое значение имеет статус города, что объясняется возможностью более высокой застройки, расселения и возникновения синергетического эффекта, необходимого для развития инноваций. Остальные показатели: уровень инфраструктурной обеспеченности, количество технологических компаний и качество инновационной политики также показали прямую зависимость с уровнем инновационности региона.

Соблюдение данных принципов позволяет процессу создания инноваций быть более стабильным и устойчивым, экономический же рост становится более быстрым в долгосрочной перспективе.

Литература

1. Информационно-аналитическая система «СПАРК-Интерфакс» [Электронный ресурс]. URL: https://spark-interfax.ru/ (дата обращения: 25.07.2026).
2. Министерство финансов Российской Федерации. Данные о предоставлении дотаций на выравнивание бюджетной обеспеченности субъектов Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: https://minfin.gov.ru/ (дата обращения: 25.07.2026).
3. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». Рейтинг инновационного развития субъектов Российской Федерации [Электронный ресурс]. URL: https://issek.hse.ru/ (дата обращения: 25.07.2026).
4. Общероссийский классификатор видов экономической деятельности (ОКВЭД2) ОК 029-2014 (КДЕС Ред. 2).
5. Постановление Правительства Москвы от 15.03.2022 № 358-ПП «Об утверждении Порядка предоставления грантов из бюджета города Москвы участникам инновационного кластера на территории города Москвы – субъектам малого и среднего предпринимательства в целях поддержки деятельности в сфере обрабатывающих и высокотехнологичных отраслей экономики» // СПС КонсультантПлюс.
6. Постановление Правительства Российской Федерации от 16.11.2021 № 1946 «Об утверждении перечня районов Крайнего Севера и местностей, приравненных к районам Крайнего Севера, в целях предоставления государственных гарантий и компенсаций для лиц, работающих и проживающих в этих районах и местностях».
7. Федеральная служба государственной статистики (Росстат) [Электронный ресурс]. URL: https://rosstat.gov.ru/ (дата обращения: 25.07.2026).
8. Cobb C.W., Douglas P.H. A Theory of Production // American Economic Review. – 1928. – Vol. 18, No. 1 (Supplement). – P. 139–165.
9. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // The Quarterly Journal of Economics. – 1956. – Vol. 70, No. 1. – P. 65–94.
10. Bettencourt L., Lobo J., Helbing D., Kühnert C., West G. Growth, Innovation, Scaling, and the Pace of Life in Cities // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 2007. – Vol. 104, No. 17. – P. 7301–7306.

An Economic-Mathematical Model for Realizing the Innovation Potential of a Regional System

Krasavin N.R.
Moscow University "Synergy"

JEL classification: D20, E22, E44, L10, L13, L16, L19, M20, O11, O12, Q10, Q16, R10, R38, R40, Z21, Z32

The article proposes and tests an econometric model for assessing the level of innovative development of Russian regions, based on a modified Cobb–Douglas production function and the Solow residual method. The innovativeness indicator is sequentially adjusted for resource rent in extractive regions, distortions caused by the status of northern and subsidized territories, and price dynamics. Using panel data for 85 Russian regions over 2020–2024, a regression model is built linking regional innovativeness to the number of technology companies, the quality of regional innovation policy, the availability of technological infrastructure, and city status. The model shows a high explanatory power ($R^2 = 0.88$, mean absolute percentage error of 14%) and confirms the significance of all factors considered, especially city status.

Keywords: regional innovation system, Solow residual, Cobb–Douglas production function, econometric modeling, innovation infrastructure, technology sector.

References

1. SPARK-Interfax information and analytics system [Online]. Available at: https://spark-interfax.ru/ (accessed: 25.07.2026).
2. Ministry of Finance of the Russian Federation. Data on subsidies for equalizing the budgetary provision of constituent entities of the Russian Federation [Online]. Available at: https://minfin.gov.ru/ (accessed: 25.07.2026).
3. National Research University – Higher School of Economics. Rating of innovative development of constituent entities of the Russian Federation [Online]. Available at: https://issek.hse.ru/ (accessed: 25.07.2026).
4. All-Russian Classifier of Economic Activities (OKVED2), OK 029-2014 (NACE Rev. 2 equivalent).
5. Resolution of the Moscow Government No. 358-PP of 15.03.2022 “On approval of the Procedure for granting subsidies from the Moscow city budget to innovation cluster participants – small and medium-sized enterprises – to support activities in manufacturing and high-tech industries.” SPS Konsultant Plyus.
6. Resolution of the Government of the Russian Federation No. 1946 of 16.11.2021 “On approval of the list of Far North areas and localities with equivalent status, for the purpose of providing state guarantees and compensation to persons working and residing in these areas and localities.”
7. Federal State Statistics Service of the Russian Federation (Rosstat) [Online]. Available at: https://rosstat.gov.ru/ (accessed: 25.07.2026).
8. Cobb C.W., Douglas P.H. A Theory of Production. American Economic Review, 1928, vol. 18, no. 1 (Supplement), pp. 139–165.
9. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth. The Quarterly Journal of Economics, 1956, vol. 70, no. 1, pp. 65–94.
10. Bettencourt L., Lobo J., Helbing D., Kühnert C., West G. Growth, Innovation, Scaling, and the Pace of Life in Cities. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2007, vol. 104, no. 17, pp. 7301–7306.